

**厦门大学《线性代数I》期末试卷**

**试卷类型： A 考试日期 2017.1.6**

1. 填空题（每小题4分，共24分）：

1. 设矩阵满足** ，那么，**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.答案

2. 设矩阵的秩,则\_\_\_\_\_. 答案.

3. 设是一个线性无关的向量组，若向量组线性相关，则常数需满足的条件为\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .答案

4. 设为矩阵，矩阵的秩，和是非齐次线性方程组的两个解，若，则的通解为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.答案

5．设4阶可逆矩阵的每一行元素之和均为，则矩阵必有一个特征值为\_\_\_\_\_\_\_.

答案2016

6. 3元二次型的规范形为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.答案

二（10分）．设 ，求.

**解** 由可得 【2′】

，【4′】

故矩阵A-E可逆，且，因此

.【4′】

三（14分）已知向量组的秩为，求及该列向量组的一个最大无关组，并将其它向量用该最大无关组线性表示.

**解** 令，对矩阵A进行初等行变换，有  【5′】

由题设的秩为3，故，【3′】且 是一个最大无关组，【3′】此时，上式继续初等行变换得，由初等行变换性质知.【3′】

四（12分）. 问常数取何值时，线性方程组有无穷多解？并求线性方程组的通解（要求用导出组的基础解系表示该通解）.

**解** 将线性方程组的增广矩阵用行初等变换化为阶梯型矩阵

，【4′】

由条件知线性方程组有无穷多解，则.【2′】对上述矩阵继续初等行变换，将矩阵化为行最简形得，【2′】于原方程组同解的线性方程组为，故线性方程组的通解为

.【4′】

五.(15分) 求矩阵的特征值和全部特征向量.

**解** 因为，所以A的特征值为. 【5′】

当时，解线性方程组，得其一个基础解系与所对应的全部特征向量为（其中是不全为零的任意常数）【5′】

当时，解线性方程组，得其一个基础解系.与所对应的全部特征向量为（其中是不为零的任意常数）. 【5′】

六（15分）.求一个正交变换,把二次型化

为标准形.

**解** 二次型所对应的矩阵为. 【2′】

因为所以A的特征值为.【3′】

解线性方程组可得对应的特征向量为，【2′】

解线性方程组可得对应的特征向量为.【2′】

正交化可得，.【3′】 单位化，. 【2′】

令，，则.【1′】

七（10分）. （1）设均为3维单位列向量，且正交，令，证明：可对角化，并给出对角矩阵.

（2）设为n阶正定矩阵，为n阶反称矩阵（），证明矩阵是可逆矩阵.

**证明** （1） 因为，即为对称矩阵，因此矩阵可对角化. 【1′】

利用均为3维单位列向量，且正交，可得

，

即的一个特征值为4，一个特征值为1，【2′】又

，

因此的另一个特征值为零，因此与A相似的对角矩阵为.【2′】

（2）因矩阵A正定，因此，又，则

，

即为对称矩阵. 【2′】

考虑n元二次型，则对任意，均有

，【2′】

由于A正定，故，而，综合有，即矩阵为正定矩阵，故，所以可逆. 【1′】